

ABC-formelen

Gitt et **annengradspolynom** på formen $ax^2 + bx + c$.

Da er **røttene** i polynomet gitt ved ABC-formelen $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Mange sliter med å forstå når man skal bruke ABC-formelen. Her er en kort oversikt.

Først noen begreper:

Et *polynom* er en sum av ledd, der hvert ledd består av en konstant (en fast verdi) ganget med en variabel (en verdi som kan variere) opphøyd i en fast potens.

Eksempler på ledd som kan inngå i et polynom:

$5x$ dvs. konstanten 5 ganget med variabelen x^1

ax dvs. konstanten a (et fast tall) ganget med x^1

$-3x^2$ dvs. konstanten -3 ganget med x^2

4 dvs. konstanten 4 ganget med x^0

c dvs. konstanten c ganget med x^0

Et eksempel på at alle disse leddene finnes i ett polynom:

$$5x + ax - 3x^2 + 4 + c$$

Ett polynom har en *grad* etter den høyeste potensen i polynomet. Polynomet ovenfor er derfor et annengradspolynom.

Et polynom har *røtter*. Det er verdier av variabelen som gjør at verdien av polynomet er null. Hvis vi f.eks. har polynomet

$$x^2 - 6x + 5$$

så vil verdiene $x = 5$ og $x = 1$ gi polynomet verdien 0. Da er $x = 5$ og $x = 1$ røtter i polynomet.

Vi er interessert i røttene i tre forbindelser:

1) Vi skal løse en likning der et polynom er lik 0, f.eks. likningen

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

2) Vi skal faktorisere polynomet, f.eks. for å se om vi kan forkorte en brøk. Da inngår røttene i faktoriseringen. F.eks. er

$$x^2 - 6x + 5 = (x - 5)(x - 1)$$

Generelt gjelder at hvis x_1 og x_2 er røtter i annengradspolynomet $ax^2 + bx + c$, så sier *faktoriseringsformelen* at

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

3) Vi skal finne når en funksjon skjærer x-aksen. Når en funksjon $f(x)$ skjærer x-aksen, så er y -verdien 0. Da er $f(x)=0$. Hvis f.eks. funksjonen er

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

så skjærer den x-aksen når $x = 5$ og når $x = 1$ fordi $f(x)$ da er 0 (se eksemplene ovenfor).

Skjæringspunktene er altså $(x, y) = (5, 0)$ og $(x, y) = (1, 0)$.

ABC-formelen brukes simpelthen til å finne røttene i et annengradspolynom, enten fordi vi skal faktorisere, fordi vi skal løse en likning der et polynom er lik 0 eller fordi vi skal finne skjæringspunkter med x-aksen.