Likninger - enkelt

Teori/bakgrunn

1) En *likning* er to uttrykk som er *lik* hverandre.

Det vil si at det er samme tall skrevet på to forskjellige måter, f.eks.:

$2 + 3 = 5$

De to sidene av likningen kalles venstresiden «VS» og høyresiden «HS».

2) Vi kan endre skrivemåten på en av sidene, så lenge vi ikke endrer verdien.

Hvis e to uttrykkene HS og VS var like i utgangspunktet, er de fortsatt like selv om vi endrer skrivemåten på en av dem, f.eks. endre bare HS:

$2 + 3 = 4 + 1$ ($4 + 1$ har samme verdi som 5)

eller bare VS:

$3 + 2 = 4 + 1$ (kommutativ lov – rekkefølgen er likegyldig i summer og produkter)

3) Vi kan gjøre hva som helst med verdiene, så lenge vi gjør det samme med HS og VS.

Da de to verdiene er like i utgangspunktet, vil begge verdien endres like meget og de er fortsatt like. Siden

$3 + 2 = 4 + 1 \Longrightarrow 3 + (2 + 5) = 3 + (4 + 1)$

Her har vi lagt til et tall, men vi kan også trekke fra, gange, dele, kvadrere, ta kvadratrot, logaritme og alt annet, bare vi gjør det samme med HS og VS.

Løse likninger med én ukjent

Ofte vil et eller begge uttrykkene innehold en navngitt variabel med ukjent verdi, ofte kalt x.

1) Å *løse likningen* innebærer da å finne den verdien som gjør likningen sann.

Likningen

$3 + x = 5$

er bare sann hvis x har en bestemt verdi. Hvis f.eks. $x = 10$, så er likningen usann, da

$3 + 10 = 5$

er usant.

2) Vi skriver om høyresiden og venstresiden og bruker like regneoperasjoner på HS og VS inntil den variable står alene på den ene siden.

På den andre siden står da den verdien den ukjente variabelen må ha for at likningen skal være sann. F.eks.:

Gitt: $3 + x = 5$

Trekker fra 3 på begge sider: $\Longrightarrow 3 + x - 3 = 5 - 3$

Regner sammen VS: $\Longrightarrow x + 0 = 5 - 3$

Forenkler VS: $\Longrightarrow x = 5 - 3$

Regner sammen HS: $\Longrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$

Når man gjør noe på begge sider av likningen er det vanlig å skrive en loddrett strek bak og fortelle der hva man gjør, f.eks. når man trekker fra 3 på begge sider:

$3 + x = 5 \mid -3$

Note: Det er vanlig å si at man kan «flytte» et tall fra den ene siden til den andre bare man bytter fortegn. Det man da *egentlig* gjør er å trekke fra samme tall på begge sider, slik vi har gjort med tretallet i eksemplet over.

Likninger med to ukjente

Hvis likningen har to ukjente, må vi ha to likninger, ellers finnes det uendelig mange løsninger. Da benytter vi én av to metoder.

1) Finn den ene variable uttrykt ved den andre i en likning, og sett svaret inn i den andre likningen.

Vi utnytter informasjon vi har fått i den ene likningen og bruker den i den andre. F.eks.

A: $y - x = 5$
B: $2y + x = 40$

A: $y - x = 5 \mid + x$
$\Longrightarrow y = 5 + x$

y→B: $2(5 + x) + x = 40$
⇨ $10 + 2x + x = 40 \mid - 10$
⇨ $3x = 30 \mid : 3$
⇨ $\underline{\underline{x = 10}}$

x→A: $y - 10 = 5 \mid + 10$
⇨ $y = 5 + 10$
⇨ $\underline{\underline{y = 15}}$

2) Vi endrer på den ene likningen og legger deretter likningene sammen.

Vi utnytter at hvis VS og HS i den ene likningen er like og VS og HS i den andre er like, så er summen av de to venstresidene lik summen av de to høyresidene. F.eks.

A: $y - x = 5$
B: $2y + x = 40$

A: $y - x = 5 \mid \cdot (-2)$
⇨ $-2y + 2x = -10$

A+B (VS_A + VS_B = HS_A + HS_B): $(-2y + 2x) + (2y + x) = -10 + 40$
⇨ $3x = 30 \mid : 3$
⇨ $\underline{\underline{x = 10}}$

x→B: $2y + 10 = 40 \mid + 10$
⇨ $2y = 40 - 10 \mid : 2$
⇨ $\underline{\underline{y = 15}}$

Vi fikk naturligvis samme svar som med metode 1.